

Sur l'analyticité des germes d'applications CR entre hypersurfaces analytiques réelles dans \mathbb{C}^{N+1}

Nordine MIR

UPRES-A 6085, département de mathématiques, Université de Rouen, 76821 Mont Saint-Aignan, France
Courriel : Nordine.Mir@univ-rouen.fr

(Reçu le 2 juin 1997, accepté après révision le 25 mai 1998)

Résumé. Soient (M, p_0) et (M', p'_0) deux germes d'hypersurfaces analytiques réelles dans \mathbb{C}^{N+1} , $N \geq 1$. Soit H une application CR lisse entre M et M' telle que $H(p_0) = p'_0$. Nous montrons que sous certaines conditions sur H et M' , H est analytique réelle.
© Académie des Sciences/Elsevier, Paris

On the analytic extension of CR mappings between real analytic hypersurfaces in \mathbb{C}^{N+1}

Abstract. Let (M, p_0) and (M', p'_0) be two germs of real analytic hypersurfaces in \mathbb{C}^{N+1} , $N \geq 1$. Suppose that H is a smooth CR map between M and M' such that $H(p_0) = p'_0$. We show that, under some conditions on H and M' , the map H is real analytic. © Académie des Sciences/Elsevier, Paris

Abridged English Version

Let (M, p_0) and (M', p'_0) two germs of real analytic hypersurfaces in \mathbb{C}^{N+1} , $N \geq 1$. Suppose that M' is given locally by:

$$\Im w' = p(z', \bar{z}'), \quad (z', w') \in \mathbb{C}^{N+1},$$

where p is a real polynomial such that $p(0) = 0$. Let H a germ of a C^∞ smooth CR mapping between M and M' which is not totally degenerate at p_0 in the sense of [4]. We show that if (M', p'_0) is holomorphically nondegenerate in the sense of [19], then H extends holomorphically to a neighborhood of p_0 . The proof of this result is based on a new algebraic characterization of holomorphic nondegeneracy. More precisely, it is easy to see that we can suppose that p contains no pure terms. Write $p(z', \bar{z}') = \sum_{|\alpha|=1}^r a_\alpha(z') \bar{z}'^\alpha$ where for every α , a_α is a holomorphic polynomial such that $a_\alpha(0) = 0$ and where $r \in \mathbb{N}^*$. We show that if $\mathcal{K}(M')$ denotes the smallest field contained

Note présentée par Pierre LELONG.

in $\mathbb{C}(Z_1, \dots, Z_N)$ and containing \mathbb{C} and the family $(a_\alpha)_{1 \leq |\alpha| \leq r}$, then (M', p'_0) is holomorphically nondegenerate if and only if $\mathbb{C}(Z_1, \dots, Z_N)$ is a finite algebraic extension over $\mathcal{K}(M')$. With this in mind, we prove that if $H = (f, g) = (f_1, \dots, f_N, g)$, then $a_\alpha(f)$ is real analytic for every α . An application of lemma 2.7 of [1] gives the desired result. The end of the Note is devoted to a generalization of the previous algebraic criterion of holomorphic nondegeneracy for all germs of real algebraic hypersurfaces.

1. Introduction

Soient (M, p_0) et (M', p'_0) deux germes d'hypersurfaces analytiques réelles dans \mathbb{C}^{N+1} et H un difféomorphisme CR local de classe C^∞ entre M et M' tel que $H(p_0) = p'_0$. H est-il la restriction à M d'une application holomorphe définie au voisinage de p_0 ? Ce problème a suscité un engouement important depuis les travaux de Lewy [14] et Pinchuk [17]. Pour des résultats plus récents, nous renvoyons à l'excellent article de Forstneric [11]. Dans [2], [3] et [9], il est prouvé que lorsque M' est essentiellement finie au point p'_0 au sens de [2], alors H est analytique réelle au voisinage de p_0 . Récemment, Baouendi, Huang et Rothschild [1] ont démontré que toute application CR de classe C^∞ entre deux hypersurfaces algébriques était analytique réelle pourvu que (M', p_0) soit holomorphiquement non dégénérée au sens de [19] et que le jacobien de H ne soit pas identiquement nul. Ici, nous nous intéressons à des applications CR non totalement dégénérées au sens de [4]. En fait, nous nous proposons d'établir le résultat suivant :

THÉORÈME 1.1. – Soient (M, p_0) et (M', p'_0) deux germes d'hypersurfaces analytiques réelles dans \mathbb{C}^{N+1} , $N \geq 1$. Supposons que (M', p'_0) est donnée localement sous une forme rigide polynomiale i.e. : $\Im w' = p(z', \bar{z}')$, $(z', w') \in \mathbb{C}^{N+1}$, où p est un polynôme réel tel que $p(0) = 0$. Soit H un germe d'application CR de classe C^∞ non totalement dégénéré en p_0 entre M et M' tel que $H(p_0) = p'_0$. Si (M', p'_0) est holomorphiquement non dégénérée, alors H s'étend holomorphiquement dans un voisinage de p_0 .

COROLLAIRE 1. – Soient (M, p_0) et (M', p'_0) deux germes d'hypersurfaces analytiques réelles dans \mathbb{C}^{N+1} , $N \geq 1$. Supposons que (M', p'_0) est donnée localement comme dans le théorème 1.1. Si (M', p'_0) est holomorphiquement non dégénérée, alors tout germe de difféomorphisme CR de classe C^∞ entre M et M' qui envoie p_0 sur p'_0 est en fait analytique réel.

2. Préliminaires

Soit (M, p_0) un germe d'hypersurface analytique réelle dans \mathbb{C}^{N+1} . D'après [7] et [2], on peut trouver un système de coordonnées locales holomorphes (z, w) , un voisinage Ω de 0 dans \mathbb{C}^{N+1} et une fonction analytique réelle φ , définie au voisinage de 0 dans \mathbb{R}^{2N+1} tels que p_0 ait pour coordonnées 0 et tels que (M, p_0) soit donnée par :

$$\Im w = \varphi(\Re w, z, \bar{z}), \quad (z, w) \in \Omega, \tag{1}$$

avec $\varphi(0) = d\varphi(0) = 0$, $\varphi(s, 0, \bar{z}) = \varphi(s, z, 0) \equiv 0$, où $s = \Re w$. Un tel choix de coordonnées est dit *normal*. Pour une paramétrisation analytique réelle donnée par (1), la structure CR de M est déterminée par les N champs de vecteurs anti-holomorphes tangents à M suivants (définis sur Ω) : $\bar{L}_j = \frac{\partial}{\partial \bar{z}_j} - 2i \frac{\varphi_{\bar{z}_j}}{1 + i\varphi_s} \frac{\partial}{\partial \bar{w}}$, $j = 1, \dots, N$. Par ailleurs, nous poserons pour tout multi-indice $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N)$, $\bar{L}^\alpha = \bar{L}_1^{\alpha_1} \dots \bar{L}_N^{\alpha_N}$. Nous redonnons maintenant la définition de la

non-dégénérescence holomorphe, comme elle a été introduite par N. Stanton ([19], [20], voir aussi [5]). Un champ de vecteurs X défini sur un ouvert Ω de \mathbb{C}^{N+1} est holomorphe s'il est de type (1,0) et si ses coefficients sont holomorphes sur Ω . Une hypersurface réelle M de \mathbb{C}^{N+1} est dite *holomorphiquement non dégénérée* en $p_0 \in M$ si il n'existe pas de germe en p_0 de champ de vecteurs holomorphe non trivial tangent à M .

Dans le théorème 1.1, nous considérons des applications CR non totalement dégénérées au sens de [4]. Nous rappelons cette condition de non-dégénérescence introduite par Baouendi et Rothschild. Soient (M, p_0) et (M', p'_0) deux germes d'hypersurfaces analytiques réelles dans \mathbb{C}^{N+1} et H une application CR de classe C^∞ entre M et M' telle que $H(p_0) = p'_0$. Supposons que M et M' sont données par une paramétrisation analogue à (1) et que (z, w) (resp. (z', w')) forme un système de coordonnées normales pour M (resp. M'). Écrivons alors $H = (f_1, \dots, f_N, g)$ dans les coordonnées (z', w') et considérons (z, \bar{z}, s) ($s = \Re w$) comme coordonnées locales pour (M, p_0) . Pour $j = 1, \dots, N$, soit $\Sigma_j(Z, \bar{Z}, S) \in \mathbb{C}[[Z, \bar{Z}, S]]$ la série (formelle) de Taylor en 0 associée à f_j . Il est prouvé dans [3] qu'il existe une unique série formelle $F_j \in \mathbb{C}[[Z_1, \dots, Z_N, W]]$ telle que $\Sigma_j(Z, \bar{Z}, S) = F_j(Z, S + i\varphi(Z, \bar{Z}, S))$ dans $\mathbb{C}[[Z, \bar{Z}, S]]$. Alors H est *totalelement dégénérée* (en p_0) si $\det\left(\left(\frac{\partial F_i}{\partial Z_j}\right)_{i,j=1,\dots,N}\right)(Z, 0) \equiv 0$. Dans [4], il est prouvé que la condition précédente est indépendante du choix des coordonnées normales.

3. Un lemme algébrique

Il est clair que, quitte à faire un changement holomorphe de coordonnées, on peut supposer que le polynôme p ne contient pas de terme pur. Ainsi, $p(z', \bar{z}') = \sum_{1 \leq |\alpha| \leq r} a_\alpha(z') \bar{z}'^\alpha$, où $r \in \mathbb{N}^*$, a_α est un polynôme holomorphe, $a_\alpha(0) = 0$, pour tout $1 \leq |\alpha| \leq r$. Nous noterons par la suite $\mathbb{C}(Z_1, \dots, Z_N)$ le corps des fractions rationnelles sur \mathbb{C} . Soit $\mathcal{K}(M')$ le plus petit sous-corps de $\mathbb{C}(Z_1, \dots, Z_N)$ contenant la famille $(a_\alpha)_{1 \leq |\alpha| \leq r}$ et \mathbb{C} .

PROPOSITION 1. – Avec les notations précédentes, les conditions suivantes sont équivalentes :

- (i) (M', p'_0) est holomorphiquement non dégénérée ;
- (ii) $\mathbb{C}(Z_1, \dots, Z_N)$ est une extension algébrique de $\mathcal{K}(M')$;
- (iii) $\mathbb{C}(Z_1, \dots, Z_N)$ est une extension finie de $\mathcal{K}(M')$.

Démonstration. – Nous renvoyons à la cinquième partie de cette Note pour la démonstration de cette proposition, où une telle caractérisation algébrique est obtenue pour toute hypersurface algébrique.

4. Démonstration du théorème

Soit H un germe d'application CR non totalement dégénéré entre M et M' envoyant p_0 sur p'_0 . Écrivons $H = (f, g) = (f_1, \dots, f_N, g)$ dans les coordonnées (z', w') . La composante g de H s'appelle composante transverse de H . Notre démonstration comportera deux grandes étapes. La première consistera à montrer que l'on peut étendre holomorphiquement au voisinage de p_0 les fonctions $a_\alpha(f)$, ceci quel que soit α tel que $1 \leq |\alpha| \leq r$. La seconde utilisera la caractérisation algébrique de la non-dégénérescence holomorphe de (M', p'_0) obtenue dans la section précédente, ainsi qu'un lemme de [1], pour en déduire le résultat voulu. Remarquons qu'une démarche en partie similaire à la nôtre a été utilisée par M. Derridj dans [8]. Pour cela, nous établissons la proposition 2 à l'aide du lemme 2, ce dernier s'obtenant à l'aide du lemme 1, dont on peut trouver une preuve dans [3]. Mais avant tout cela, introduisons quelques notations. On posera pour $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_N) \in \mathbb{N}^N$, $L^\alpha = L_1^{\alpha_1} \cdots L_N^{\alpha_N}$, $d = \det(\bar{L}_i \bar{f}_j)_{i,j=1,\dots,N}$ et $\psi(z, \xi) = \sum_{1 \leq |\alpha| \leq r} a_\alpha(z) \xi^\alpha$.

PROPOSITION 2. – Avec les notations et hypothèses précédentes, on a : les fonctions g et $a_\alpha(f)$ pour $1 \leq |\alpha| \leq r$ s'étendent holomorphiquement dans un voisinage (commun) de p_0 dans \mathbb{C}^{N+1} .

LEMME 1. – Il existe un voisinage O de p_0 dans \mathbb{C}^{N+1} et une famille

$(P_\alpha)_{1 \leq |\alpha| \leq r}$ de polynômes holomorphes tels que :

- (i) $P_\alpha \in \mathbb{C}[T_1, \dots, T_{r(\alpha)}]$, où $r(\alpha) = m(\alpha)N + m(\alpha)$, $m(\alpha) = \text{card}\{\beta; 1 \leq |\beta| \leq |\alpha|\}$;
- (ii) sur O on ait l'égalité suivante : $d^{2|\alpha|-1}\psi_{\xi_\alpha}(f, \bar{f}) = P_\alpha \left((\bar{L}^\beta \bar{f})_{1 \leq |\beta| \leq |\alpha|}, (\bar{L}^\beta \bar{g})_{1 \leq |\beta| \leq |\alpha|} \right)$.

LEMME 2. – Il existe un voisinage O' de p_0 dans \mathbb{C}^{N+1} , une famille d'entiers positifs $(n_\alpha)_{1 \leq |\alpha| \leq r}$ et deux familles de polynômes holomorphes $(S_\alpha)_{1 \leq |\alpha| \leq r}$ et $(W_\alpha)_{1 \leq |\alpha| \leq r}$ tels que :

- (i) $\forall \alpha, S_\alpha \in \mathbb{C}[T_1, \dots, T_{N+Nq(\alpha)+q(\alpha)}]$, où $q(\alpha) = \text{card}\{\beta; 1 \leq |\beta| \leq n(\alpha)\}$;
- (ii) $\forall \alpha, W_\alpha \in \mathbb{C}[T_1, \dots, T_{Nq(\alpha)}]$;
- (iii) $\forall \alpha, W_\alpha((\bar{L}^\beta \bar{f})_{1 \leq |\beta| \leq n(\alpha)})(p) \neq 0, \forall p \in O'$;
- (iv) $a_\alpha(f) = \frac{S_\alpha((\bar{L}^\beta \bar{f})_{0 \leq |\beta| \leq n(\alpha)}, (\bar{L}^\beta \bar{g})_{1 \leq |\beta| \leq n(\alpha)})}{W_\alpha((\bar{L}^\beta \bar{f})_{1 \leq |\beta| \leq n(\alpha)})}$ sur O' .

Démonstration de la proposition 2. – Nous montrons d'abord que si (M', p'_0) est holomorphiquement non dégénérée, alors M est de type fini en p_0 au sens de Kohn [13] et Bloom–Graham [6]. Ensuite, nous appliquons le théorème de Trépreau [21], qui nous permet d'affirmer que H s'étend d'un côté de M au voisinage de p_0 . Ensuite, la partie (iv) du lemme 2 ainsi qu'une application standard du principe de réflexion comme dans [18], nous donne le résultat de la proposition 2.

Fin de la démonstration du théorème. – Comme M' est holomorphiquement non dégénérée en p'_0 , d'après la partie (ii) de la proposition 1, on a que pour tout $i = 1, \dots, N$, il existe des entiers strictement positifs k_i et des polynômes $P_i^j \in \mathbb{C}[T_1, \dots, T_m]$ avec $0 \leq j \leq k_i, i = 1, \dots, N$, tels que $\sum_{j=0}^{k_i} P_i^j \left(\left((a_\alpha)_{1 \leq |\alpha| \leq r} \right) (Z) \right) Z_i^j \equiv 0$, avec $P_i^{k_i} \left((a_\alpha)_{1 \leq |\alpha| \leq r} \right) (Z) \neq 0, \forall i = 1, \dots, N$, et $m = \text{card}\{\alpha; 1 \leq |\alpha| \leq r\}$. En utilisant la paramétrisation analytique réelle donnée par (1), nous obtenons $\sum_{j=0}^{k_i} P_i^j \left(\left((a_\alpha(f))(z, \bar{z}, s) \right)_{1 \leq |\alpha| \leq r} \right) f_i^j(z, \bar{z}, s) = 0$, dans un voisinage Δ adéquat de 0 dans \mathbb{R}^{2N+1} (voisinage où les fonctions $a_\alpha(f)$ sont analytiques réelles). Soit $\Theta_\alpha = a_\alpha(f)$. Alors Θ_α est analytique réelle dans Δ ; nous complexifions Θ_α et, pour (τ, σ) dans un voisinage de 0 dans $\mathbb{C}^{2N+1} \times \mathbb{C}$ et pour $i = 1, \dots, N$, nous définissons les fonctions holomorphes suivantes : $G_i(\tau, \sigma) = \sum_{j=0}^{k_i} P_i^j \left(\left(\Theta_\alpha(\tau) \right)_{1 \leq |\alpha| \leq r} \right) \sigma^j$. Pour montrer que pour $i = 1, \dots, N, f_i$ est analytique réelle, il nous suffit, d'après le lemme 2.7 de [1], de vérifier la condition $G_i(\tau, \sigma) \neq 0$ pour tout $i = 1, \dots, N$. Par l'absurde, supposons qu'il existe i_0 tel que $G_{i_0}(\tau, \sigma) \equiv 0$. On aboutit alors à l'existence d'un polynôme holomorphe Q_{i_0} non identiquement nul tel que $Q_{i_0} \left(F(Z, 0) \right) \equiv 0$, où $F = (F_1, \dots, F_N)$ désigne les N séries formelles introduites dans la section 2. Mais ceci contredit l'hypothèse de non-dégénérescence de H d'après [4], p. 491. Finalement, $H = (f, g)$ est bien analytique réelle.

5. Non-dégénérescence holomorphe des hypersurfaces algébriques

Dans cette partie, nous généralisons la caractérisation algébrique obtenue dans la section 3 de la non-dégénérescence holomorphe pour les hypersurfaces algébriques réelles. Par hypersurface algébrique, nous entendons une hypersurface réelle contenue dans l'ensemble des zéros d'un polynôme réel non identiquement nul. Tout d'abord, introduisons quelques notations. Nous noterons \mathcal{O}_{N+1} l'anneau des germes en 0 de fonctions holomorphes dans \mathbb{C}^{N+1} , et \mathcal{A}_{N+1} le sous-anneau de \mathcal{O}_{N+1}

formé des éléments algébriques sur le corps des fractions rationnelles $\mathbb{C}(Z_1, \dots, Z_{N+1})$. Rappelons que d'après [5], si (M, p_0) désigne un germe d'hypersurface algébrique réelle dans \mathbb{C}^{N+1} , on peut trouver un système de coordonnées normales (z, w) tel que M soit donnée localement par $\bar{w} = Q(z, w, \bar{z})$, $(z, w) \in \Omega$, où $Q = Q(z, w, \xi) \in \mathcal{A}_{2N+1}$ et tel que $Q(z, w, 0) = Q(0, w, \xi) = w$. Écrivons maintenant $Q(z, w, \xi) = \sum_{\beta \in \mathbb{N}^N} \rho_\beta(z, w) \xi^\beta$, où les fonctions ρ_β sont des éléments de \mathcal{A}_{N+1} . Une telle décomposition a été introduite dans [10], [9] et [5]. Nous poserons par la suite $w = z_{N+1}$. La démonstration de la proposition 3 suivante (nécessaire pour notre critère algébrique) se trouve en substance dans [5].

PROPOSITION 3. – Avec les notations précédentes, les conditions suivantes sont équivalentes :

- (i) (M, p_0) est holomorphiquement non dégénérée;
- (ii) il existe $(\beta_1, \dots, \beta_{N+1}) \in (\mathbb{N}^N)^{N+1}$ tel que $\det\left(\left(\frac{\partial \rho_{\beta_j}}{\partial z_j}\right)_{i,j=1,\dots,N+1}\right) \neq 0$.

Enfin, nous aurons besoin de noter \mathcal{F}_{N+1} le corps quotient de \mathcal{A}_{N+1} , $\mathcal{K}(M)$ le plus petit sous-corps de \mathcal{F}_{N+1} contenant \mathbb{C} et la famille $(\rho_\beta)_{\beta \in \mathbb{N}^N}$, et enfin $\mathcal{K}(M)(Z_1, \dots, Z_{N+1})$ le plus sous-corps de \mathcal{F}_{N+1} contenant $\mathcal{K}(M)$ et la famille (Z_1, \dots, Z_{N+1}) . Définissons $\delta(M, p_0) := [\mathcal{K}(M)(Z_1, \dots, Z_{N+1}) : \mathcal{K}(M)] = \dim_{\mathcal{K}(M)} \mathcal{K}(M)(Z_1, \dots, Z_{N+1})$.

Avec ces notations, nous avons le

THÉORÈME 5.1. – Les conditions suivantes sont équivalentes :

- (i) (M, p_0) est holomorphiquement non dégénérée;
- (ii) \mathcal{F}_{N+1} est une extension algébrique de $\mathcal{K}(M)$;
- (iii) $\mathcal{K}(M)(Z_1, \dots, Z_{N+1})$ est une extension algébrique de $\mathcal{K}(M)$;
- (iv) $\delta(M, p_0) < \infty$.

Démonstration. – Nous esquissons la démonstration qui revient essentiellement à prouver l'équivalence des deux premières assertions. Tout d'abord, remarquons que (ii) revient à dire que la famille (ρ_β) contient une base de transcendance algébrique de \mathcal{F}_{N+1} sur \mathbb{C} (nous renvoyons à [22] et [16] pour les notions standard de théorie des corps utilisées ici). Mais toute base de transcendance algébrique de \mathcal{F}_{N+1} sur \mathbb{C} consiste en une sous-famille de $N+1$ éléments algébriquement indépendants. D'après [12] (voir aussi [16]), une telle sous-famille vérifie nécessairement la condition (ii) de la proposition 3, et réciproquement. La preuve du théorème est complète.

Remarque. – Joël Merker et Francine Meylan dans [15] ont donné indépendamment une preuve du théorème 1.1.

Remerciements. Je tiens à remercier Makhlof Derridj pour le soutien qu'il m'a apporté tout au long de ce travail.

Références bibliographiques

- [1] Baouendi M.S., Huang X., Rothschild L.P., Regularity of CR mappings between algebraic hypersurfaces, *Invent. Math.* 125 (1996) 13–36.
- [2] Baouendi M.S., Jacobowitz H., Treves F., On the analyticity of CR mappings, *Ann. Math.* 122 (1985) 365–400.
- [3] Baouendi M.S., Rothschild L.P., Germs of CR maps between real analytic hypersurfaces, *Invent. Math.* 93 (1988) 481–500.
- [4] Baouendi M.S., Rothschild L.P., Geometric properties of mappings between hypersurfaces in complex space, *J. Differ. Geom.* 31 (1990) 473–499.
- [5] Baouendi M.S., Rothschild L.P., Mappings of real algebraic hypersurfaces, *J. Amer. Math. Soc.* 8 (1995) 997–1015.
- [6] Bloom T., Graham I., A geometric characterization of points of type m on real submanifolds of \mathbb{C}^n , *J. Differ. Geom.* 12 (1977) 171–182.
- [7] Chern S.S., Moser J.K., Real hypersurfaces in complex manifolds, *Acta Math.* 133 (1974) 219–271.
- [8] Derridj M., Le principe de réflexion en des points de faible pseudoconvexité pour des applications holomorphes propres, *Invent. Math.* 79 (1985) 197–215.

N. Mir

- [9] Diederich K., Fornaess J.E., Proper holomorphic mappings between real analytic pseudoconvex domains in \mathbb{C}^n , *Math. Ann.* 282 (1988) 681–700.
- [10] Diederich K., Webster S., A reflection principle for degenerate hypersurfaces, *Duke Math. J.* 47 (1980) 835–843.
- [11] Forstneric F., Proper holomorphic mappings: a survey, In: *Several complex variables, Proceedings of the Mittag-Leffler Institute 1987-88*, J.E. Fornaess (Ed.), Princeton University Press 38, 1988, pp. 297–363.
- [12] Hodge W.H.D., Pedoe D., *Methods of algebraic geometry*, Cambridge University Press, Cambridge, 1953.
- [13] Kohn J.J., Boundary behaviour of $\bar{\partial}$ on weakly pseudoconvex manifolds of dimension two, *J. Differ. Geom.* 6 (1972) 523–542.
- [14] Lewy H., On the boundary behaviour of holomorphic mappings, *Acad. Naz. Lincei.* 35 (1977) 1–8.
- [15] Merker J., Meylan F., On the Schwarz symmetry principle in a model case, *Proc. Amer. Math. Soc.* (à paraître).
- [16] Morandi P., *Field and galois theory*, Springer-Verlag, 1996.
- [17] Pinchuk S.I., On the analytic continuation of holomorphic mappings (English Translation), *Math. USSR Sbornik* 27 (1975) 375–392.
- [18] Range R.M., *Holomorphic functions and integral representations in several complex variables*, Springer-Verlag, 1986.
- [19] Stanton N.K., Infinitesimal CR automorphisms of rigid hypersurfaces, *Amer. Math. J.* 117 (1995) 141–167.
- [20] Stanton N.K., Infinitesimal CR automorphisms of real hypersurfaces, *Amer. J. Math.* 118 (1996) 209–233.
- [21] Trépreau J.-M., Sur le prolongement holomorphe des fonctions CR définies sur une hypersurface réelle de classe C^2 dans \mathbb{C}^n , *Invent. Math.* 83 (1986) 583–592.
- [22] Zariski O., Samuel P., *Commutative algebra*, Vol. 1, Van Nostrand, 1958.